

# 研究演習 I レポート課題

◎計算科学研究室

## 1 情報拡散モデルの理論・シミュレーション解析

単純化された情報拡散モデルを、時刻  $t$  における情報既知者の割合  $x(t)$  に対して以下のロジスティック型の微分方程式によって記述する。

$$\frac{dx(t)}{dt} = \beta x(t)(1 - x(t)) - \gamma x(t), \quad (0 \leq x(t) \leq 1) \quad (1)$$

ここで、 $\beta$  は情報拡散率、 $\gamma$  は情報忘却率を表す定数パラメータである。 $\beta, \gamma > 0$  である。

式 (1) の右辺第 1 項は情報の拡散項であり、情報既知者と未知者の接触により情報が伝播されることを表している。右辺第 2 項は、情報既知者が一定の割合  $\gamma$  で情報を忘れることを表す。

1. 式 (1) の初期値問題を解くシミュレーションコードを作成せよ。ただし、初期値  $x(0) = x_0$ 、定数パラメータ  $\beta, \gamma$  は任意に与えられるように設定せよ。
2.  $\beta$  や  $\gamma$  の値を変えたときの時間発展について図示せよ。
3. 式 (1) の定常解を理論解析によって求めよ。
4. 得られた定常解と数値計算結果を比較し、 $\beta$  と  $\gamma$  の比  $\beta/\gamma$  が系の振る舞いに与える影響を考察せよ。

## 2 一様な磁場中における荷電粒子の運動シミュレーション

一様磁場における荷電粒子の運動方程式は、荷電粒子の速度  $\mathbf{v}(t)$  に対して

$$m \frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} = q\mathbf{v}(t) \times \mathbf{B}, \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} = \mathbf{v}(t) \quad (3)$$

と書ける。右辺  $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  はローレンツ力と呼ばれる力である。ここで、 $m, q$  は荷電粒子の質量と電荷、 $\mathbf{B}$  は磁場である。ベクトルを陽に書くと以下のとおりである。

$$\mathbf{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \quad (4)$$

上記の運動方程式の初期値問題を解くためのシミュレーションコードを作成せよ。ただし数値解法は陽的 Euler 法と 4 次の Runge-Kutta 法の 2 つの解法を用いること。

初期条件は、

$$\mathbf{v}(t=0) = (1, 0, 0), \quad \mathbf{r}(t=0) = (0, 0, 0) \quad (5)$$

とする。また簡単のため、 $m = q = 1$  としてよい。

1.  $\mathbf{B} = (0, 0, 1)$  としたときの荷電粒子の運動が  $x - y$  平面で円運動になることを調べよ。また、速度の大きさの時間変化についても確認せよ。
2. 解析解と数値解の誤差を調べて、数値解法の精度について考察せよ。時間刻み幅に対する誤差の依存性に注目すること。